

## 数学科 学習指導案

横浜国立大学教育学部附属横浜中学校 大橋 亮河

1 対象・日時 2年C組 令和7年1月24日(土) 1校時

## 2 本单元で育成したい資質・能力(評価規準)

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①多数回の試行によって得られる確率と関連付けて、場合の数を基にして得られる確率の必要性と意味を理解している。 ②簡単な場合について確率を求めることができる。	①同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現することができる。 ②確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現することができる。	①場合の数を基にして得られる確率のよさを実感して粘り強く考え、不確定な事象の起りやすさについて学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、確率を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

## 3 単元「確率」について

確率は、不確実な現象の起りやすさを数値で表現したものであり、日常生活における合理的な意思決定の有用な手段となる。中学校1年次に相対度数による統計的確率を学び、2年次には「同様に確からしい」を前提とした数学的確率を学ぶ。この学習では、全ての場合を数え上げることが強調され、確率を該当の事象と全事象の比として静的に扱う傾向がある。しかし、現実場面では確率は、確率を考える主体がもつ情報によって刻一刻と変化するものであり、まさに「生きてござる」ものである(柳川, 2007)。ところが、このような「確率が情報によって変化する」という視点は、現状では十分に扱われておらず、高等学校数学Aの条件付き確率の学習においても、確率の変化という本質が十分に意識されていないことが指摘されている(石橋, 2023)。

確率の変化についての理解を調査した研究では「時間軸の問題」(図1)と呼ばれる課題が用いられることが多い。この問題では、時間的に後の出来事が前の事象の確率に影響を与え確率が変化するが、「等しい」(変わらない)と誤答されやすい傾向にある(五十嵐, 2014; 松浦, 2006)。このように、人間の直観と確率の値にはズレが生じる。このような問題場面で確率を正しく捉えるには、得られた情報をもとに柔軟に確率を更新する態度を育てることが必要である。そこで本授業では、五十嵐(2014)の「時間軸の問題」を用いて生徒が不確実性に対する自らの直観と実験結果(統計的確率)とのズレを認識し、そのズレを数値的に表現・考察する活動を設定する。また、ズレが生じた理由について言語能力を發揮して説明し合う活動を通して、確率が「現実の不確実性を考察するうえで有用な道具」であることを実感できるようにする。

二郎君は2つの白玉と2つの黒玉が入った箱を受け取った。二郎君は、箱から玉を取り出し、それを見ずに横に置いた。そして、2つ目の玉を取り出し、白玉であることを見た。このとき、1つ目に取り出した玉が白玉である可能性は、黒玉である可能性と比べて、小さいか、等しいか、それとも大きいか?

図1 時間軸の問題(五十嵐(2014)を改変)

## 4 生徒の学びの履歴

1年次では、「ペットボトルのふたを投げて表ができる可能性はどれくらいだろうか?」という課題に対して班ごとに実際に実験を繰り返し、多数の試行回数から考察し統計的確率を学習した。その際、Excelを用いて折れ線グラフを描き、試行回数が増えると統計的確率は一定の値に収束することを視覚的・直観的に把握している。また、小学校で、「起こり得る場合」について順序よく整理するための図や表などの用い方や、落ちや重なりなく調べる方法を考察することを学んでいる。これは2年次で、樹形図や表を用いてすべての場合をもれなく数え上げることと密接に関連する。なお、高等学校数学Aにおける確率の学習では、順列と組み合わせを用いて計算で数え上げを行う。しかし、計算規則をただ適用するだけになる傾向があるため、その計算の意味を理解するためにも、中学校段階で樹形図を描くことすべての場合を可視化する経験が重要になる。

5 資質・能力育成のプロセス (10時間扱い、本時  は9時間目)

次	時	評価規準 (丸番号は、2の評価規準の番号)	【】内は評価方法 及び Cと判断する状況への手立て
1	1   2	知① 多数回の試行によって得られる確率と関連付けて、場合の数を基にして得られる確率の必要性と意味を理解している。 (○)  知② 簡単な場合について確率を求めることができる。 (○)  思① 同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現することができる。 (○)	【行動の観察、ワークシートの記述の点検】 C : 横軸に試行回数、縦軸に注目する事象が起きた回数を取った折れ線グラフに着目するように促す。  【行動の観察、ワークシートの記述の点検】 C : 横軸に試行回数、縦軸に注目する事象が起きた回数を取った折れ線グラフに着目するように促す。
	3   5	知② 簡単な場合について確率を求めることができる。 (○)  知② 簡単な場合について確率を求めることができる。 (○)	【ワークシートの記述の分析】 C : 起こり得るパターンについて、一つ一つ丁寧に書き出すことを促す。  【小テストの結果と振り返りの分析】 C : 小テストの問題について、どうして間違えたのか振り返り、自分の理解について省察を促す。
2	6   7	思② 確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現することができる。 (○)  態① 案の数をもとにして得られる確率のよさを実感して粘り強く考え、不確定な事象の起こりやすさについて学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、確率を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。 (○)	【ワークシートの記述の確認】 C : 樹形図や表を用いて、全ての場合を書き出してみることを促す。  【ワークシートの記述の確認】 C : 樹形図や表を用いて、全ての場合を書き出してみることを促す。
3	8   10	思① 同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現することができる。 (○)  思② 確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現することができる。 (○)  態① 案の数を基にして得られる確率のよさを実感して粘り強く考え、不確定な事象の起こりやすさについて学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、確率を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。 (○)	【レポートの記述の分析】 C : 確率がどのように変化したのか把握するために、まずは樹形図を描き全ての場合を確認することを促す。  【ワークシートの記述の分析】 C : 通常の場合について、樹形図を用いて全ての場合を書き出してみることを促す。その後、今回の問題ではどの場合を扱っているのか考えるように促す。

主たる学習活動	指導上の留意点	時
<p>【課題】次の確率を求めよ。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ コインを1回投げて表が出る確率</li> <li>■ ペットボトルの蓋を1回投げ外側が上に向く確率</li> <li>■ さいころを1回投げて6の目が出る確率</li> <li>■ ペットボトルフリップを1回やって成功する確率</li> </ul> <p>・予想を立ててから実験し、実験回数を増やすと統計的確率はどのように変化するか確認する。</p> <p>・4種の実験を通して、「同様に確からしい」の意味を考え、統計的確率と数学的確率を比較する。</p> <p>・学習プランを用いて、単元の目標を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・数学的確率を用いることができる「根元事象が同様に確からしい」ときであり、そうでないときは、統計的確率で考えることを確認する。</li> <li>・「同様に確かではない」とする理由がないときは、同様に確からしいとみなすことを確認する。</li> <li>・ある試行の結果、起る事象のそれぞれについて、どれが起こることも同じ程度に期待できるとき、これらの事象は同様に確からしいということを丁寧に扱う。</li> </ul>	1   2
<p>【課題】</p> <p>赤3面、青2面、黄1面のサイコロを2つ投げて出た組み合わせを当てられたらあなたの勝ちであるとき、あなたはどの組み合わせを言うか。</p> <p>【課題】</p> <p>赤、青、黄色の3枚のカードが入っている箱から生徒3人が順番にカードを1枚ひき、色を同時に確認する。赤を引きたい場合には何番目を選ぶべきか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・表（試行回数が2回のとき）や樹形図（試行回数が3回以上のとき）を用いることで、起こうる場合を漏れや重なりなく把握できることを確認する。</li> </ul>	3   5
<p>【課題】</p> <p>複数人でじゃんけんを行う際、何人以上なら通常のじゃんけん以外の方法を取るべきか。</p> <p>【課題】</p> <p>40人のクラスで、4人班を10班つくる。このとき、あなたとAさんが同じ班になる確率はいくつか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・じゃんけんをする際、人数が多いとなかなか勝負がつかない経験を想起させ、人数が多い場合、何回のじゃんけんで勝負がつくのか、確率を使って考え、説明するように促す。</li> <li>・生徒にとって、より日常的な教室内の場面を扱いながら、複雑な事象についても、樹形図を工夫して用いれば考察できることを実感させたい。</li> </ul>	6   7
<p>【課題】</p> <p>黒玉2つ、白玉2つが入った箱から次のように玉を取り出す。玉が白玉である可能性は、黒玉である可能性と比較して大きいか、小さいか、変わらないか。</p> <p>(1)玉を1つ取り出し、それが白玉であることを見る。 このときの2つ目に取り出した玉。</p> <p>(2)玉を1つ取り出し、それを見ずに横に置き、2つ目の玉を取り出して、それが白玉であることを見る。 このときの1つ目に取り出した玉。</p> <p>(3)玉を2つ順番に取り出し、それらを見ずに横に置き、3つ目の玉を取りだして、それが白玉であることを見る。このときの1つ目に取り出した玉。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「変わらない」「小さい」と答えた理由を比較し、どちらの考えが正しいか、実験を通して確かめる。その際、生徒が主体的に実験の条件を決定し、問題を数学の舞台にのせられるように支援する。</li> <li>・樹形図を用いて起こうる場合を整理して確率を求ることで、確率の変化を論理的に説明できることを実感させたい。</li> <li>・直観と数学的な結果とのズレがなぜ生じるのか考察し、その理由を言葉で説明する。</li> <li>・特定した「直観を惑わす要素」をもとに、条件を変えた新たな問題作成をする。</li> </ul>	8   10

## 6 学びの実現に向けた授業デザイン

### 【「学びに向かう力」が高まっている生徒の姿】

不確定な事象に対して確率の考えを適用するよさを実感して、確率を用いて不確定な事象を考察・表現したり、学んだことを生活の場面で生かそうとしたりする姿。



### 【「学びに向かう力」を高めていくための指導と評価の工夫】

#### ○観点別学習状況のあり方

##### 1. 「知識・技能」の指導と評価

統計的確率と関連付けて、場合の数に基づく数学的確率の必要性と意味を理解できるように指導し、ワークシートの記述の点検とレポートの記述の分析によって評価する。また、簡単な場合の確率を求められるように指導し、CBT形式の小テストによって評価する。

##### 2. 「思考・判断・表現」の指導と評価

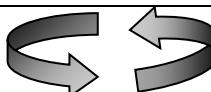
場合の数に基づく確率の求め方を考察・表現できるように指導する。また、知っていることによって確率が変わることを理解する。また、直観的に捉える確率と実験結果とのズレを認識し、そのズレを樹形図や表を用いて数値的に表現・考察する活動を設定する。このズレの理由について、言語能力を發揮して説明し合う活動を通して、確率が「現実の不確実性を考察したり表現したりする上で有用な道具」であることを実感できるようにする。これらの評価は、ワークシートとレポート課題の記述の分析によって行う。

##### 3. 「主体的に学習に取り組む態度」の指導と評価

確率を求めることで、不確実な事象を数値で表現できるよさを実感できるように指導する。また、確率は、考える主体が得ている情報によって変化するという認識をもち、粘り強く考え、現実の場面において確率の考え方を意思決定などに生かそうとするよう指導する。また、振り返りシートに各授業の要点や感想、「確率とはどのようなものか」という問い合わせに関する気づきを記述させ、次ごとにその記述を振り返ることで、学びの調整を促す。行動の観察、振り返りシートの記述の確認、レポートの記述の分析によって評価する。

### 【本単元での指導事項】 ※（既習）は既習事項

- ・統計的確率 ※（既習）
- ・同様に確からしい
- ・数学的確率の求め方
- ・統計的確率と数学的確率の関連
- ・起こり得る場合をもれなく数えあげる方法（樹形図と表）
- ・確率は知っている情報によって変化するという認識



### 【本単元の学習と「学習の基盤となる資質・能力」の育成とのつながり】

確率は「不確実性を表現する数学的な言語」であると捉え、これを用いて日常的な問題を数学の舞台にのせ、自分の考えを深めて他者に説明する活動を設定し、「学習の基盤となる資質・能力」の育成につなげる。

- ・実験等の結果が、偶然生じたといえる程度のものなのか、何かしらの理由があるといえるものなのか、確率を用いて考えることができるようになる（**問題発見・解決能力等**）
- ・確率を用いて不確実性を表現し、考察したり自分の考えを説明したりする（**言語能力**）
- ・「同様に確からしい」の意味を解釈し、伝え合う（**言語能力**）
- ・確率は、確率を考える主体がもつ情報によって変わることの理由を説明し合う（**言語能力**）
- ・Excelを用いて複雑な計算を簡略化し、確率を用いた考察をしやすくする（**情報活用能力**）

### 【参考文献】

五十嵐慶太(2014)「モデル化という視点から見た条件付き確率に関する困難性：「時間軸の問題」を用いた分析」，『数学教育学論究』，96, pp. 1-8

石橋一昂(2023)「高等学校数学A「条件付き確率」の導入場面の教材と授業」，『数学教育学研究』，29(1), pp. 69-83

松浦武人(2006)「児童の確率判断の実態に関する縦断的・横断的研究」，『数学教育学研究』，12, pp. 141-151

柳川堯(2007)「ベイズの定理とバイオ統計学」大賀雅美編『数学セミナー2007年2月号』pp. 13-17, 日本評論社